

*На правах рукописи*



Пырлик Владимир Николаевич

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ОДНОВРЕМЕННОЙ  
МИКРОСТРУКТУРНОЙ ДИНАМИКИ ЦЕН АКТИВОВ  
И ЧАСТОТЫ ТОРГОВ НА РОССИЙСКОМ ФОНДОВОМ РЫНКЕ

Специальность 08.00.13 — математические и  
инструментальные методы экономики

АВТОРЕФЕРАТ  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата экономических наук

Новосибирск — 2010

Работа выполнена в Институте экономики и организации промышленного производства Сибирского отделения РАН

Научный руководитель: доктор экономических наук, доцент  
Коломак Евгения Анатольевна

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор  
Павлов Виктор Николаевич  
кандидат экономических наук, доцент  
Цыплаков Александр Анатольевич

Ведущая организация: Новосибирский Государственный  
Технический Университет

Защита состоится 19 февраля 2010 г. в 14 часов на заседании Диссертационного совета Д003.001.02 при Институте экономики и организации промышленного производства СО РАН по адресу: 630090, Новосибирск, проспект им. Академика Лаврентьева, д.17.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института экономики и организации промышленного производства Сибирского отделения РАН.

Автореферат разослан 18 января 2010 г.

Ученый секретарь диссертационного совета,  
к.э.н.

М.А. Ягольницер



## **Общая характеристика работы**

**Актуальность темы исследования.** Работа финансовых рынков играет возрастающую роль в современной экономике, что было подтверждено развитием текущего мирового экономического кризиса. В связи с этим является обоснованным растущий интерес к аналитическим разработкам, посвященным изучению механизмов и результатов работы фондовых рынков, чему посвящено данное исследование.

Основной особенностью данного диссертационного исследования является то, что оно выполнено в рамках микроструктурного подхода к анализу финансовых рынков. Рыночная микроструктура — новейший раздел финансовой экономики, сформировавшийся за последние 25 – 30 лет в ряде теоретических и эмпирических работ, сконцентрированных на выявлении и объяснении закономерностей в процессе установления цен на финансовые активы в самом краткосрочном периоде.

К микроструктурным данным относят внутрисуточную динамику цен активов и ее составляющие (цены поступающих ордеров на покупку и продажу, спреда спроса-предложения), а также связанные показатели, характеризующие структуру рынка и активность торгов (объем заключаемых сделок, волатильность изменений цен активов, частоты заключаемых сделок и изменений цен). По количеству наблюдений в выборках за короткие периоды времени (например, за один торговый день) массивы этих данных относят к высокочастотным — даже при агрегации данных с интервалом в несколько минут количество наблюдений в выборках за один день в разы превышает объемы выборок ежедневных данных за один-два года.

Данное исследование посвящено методам анализа сверхвысокочастотных данных — рядам данных о ценах и связанных показателях отдельных сделок. Выборки таких данных отличаются объемом и структурой для различных финансовых инструментов и площадок, на которых происходят торги; наблюдения в них дискретны, нерегулярны и могут образовывать последовательности в несколько десятков тысяч точек в течение одного торгового дня.

Характерные для финансовых временных рядов свойства имеют тенденцию усиливаться при необходимом для микроструктурного анализа рассмотрении высокочастотных данных. Статистический анализ последовательностей таких рядов, следовательно, требует модификации классических методов анализа финансовых временных рядов с учетом свойств, характерных для высокочастотных данных. К таковым относят

дискретность динамики, нерегулярность наблюдений и характерные для большинства финансовых данных вероятностные характеристики такие, как асимметрия и положительный эксцесс эмпирических распределений стационарных изменений цен, существенную автокорреляцию цен, доходностей активов, частоты и объемов торгов.

**Цель данной работы** — разработка модельного аппарата анализа сверхвысокочастотных последовательностей данных о внутрисуточной динамике цен торгуемых на рынке активов с учетом их характерных свойств как временных рядов и взаимосвязей с ключевыми характеризующими структуру рынка и ход торгов показателями — волатильностью изменений цен и частотой торгов.

В соответствии с целью работы поставлены следующие **задачи**:

1. Проанализировать последовательности цен активов и соответствующие частоты торгов на предмет проявления характерных свойств высокочастотных финансовых временных рядов и выяснения возможностей применения классического модельного аппарата статистического анализа.

2. На основе классического модельного аппарата оценить динамическую структуру процессов цен на активы и частоты торгов.

3. По результатам проверки качества оценок классических моделей оценить необходимость рассмотрения взаимосвязанной динамики частоты торгов и цен, предложить соответствующие модификации классических моделей и методы эффективной работы с ними.

4. Выполнить анализ рассматриваемых последовательностей цен и частоты торгов модифицированными методами; на основе статистического анализа качества полученных оценок сделать выводы о применимости предложенных модификаций модельного аппарата, их преимуществах и недостатках по сравнению с классическими моделями.

5. Изучить структуру взаимосвязей микроструктурных компонентов динамики рынка на основе оценок моделей одновременной динамики цен и частоты торгов для рассматриваемых инструментов.

**Объектом данного исследования** является микроструктурная динамика российского финансового рынка. Рассматриваются данные о сверхвысокочастотной динамике цен на три торгуемых в фондовой секции Московской межбанковской валютной биржи инструмента (обыкновенные акции ОАО «Газпром», ОАО «Мобильные телесистемы» и ОАО «Сбергательный банк России») за 5 различных периодов времени

продолжительностью в один торговый день (12.02.2007, 15.07.2007, 21.11.2007, 18.08.2008 и 10.03.2009).

**Предмет исследования** — модели и методы эконометрического анализа сверхвысокочастотных временных рядов цен активов и промежутков времени между заключаемыми сделками.

**Теоретическая и методологическая основа исследования.** Работа опирается на общие принципы научного исследования с учетом важных положений и методов эконометрического моделирования финансовых временных рядов и микроструктурного подхода к анализу динамики торгов на финансовых рынках, параметрические методы математической статистики и эконометрики для оценки параметров и проверки статистических гипотез, методы финансовой математики для описания и параметризации эмпирических свойств высокочастотных временных рядов, численные методы преобразования Фурье и оптимизации для работы с безгранично-делимыми распределениями. Используются результаты работ ведущих специалистов в областях: микроструктуры финансовых рынков, эконометрического моделирования финансовых временных рядов (цен, волатильности, частоты торгов на финансовых рынках), численных методов работы с безгранично-делимыми процессами.

**Научная новизна** работы заключается в следующем:

1. В работе показано, что сверхвысокочастотная динамика динамики цен торгуемых активов и частота торгов взаимосвязаны.

2. Предложен метод параметризации и эффективной оценки объединенной пространственно-временной модели, описывающей одновременную сверхвысокочастотную динамику цен торгуемых активов, волатильности стационарных приращений цен и частоты торгов.

3. Впервые в регрессионном анализе сверхвысокочастотных временных рядов использовано безгранично делимое модифицированное альфа-устойчивое с облегченными хвостами распределение и метод оценки параметров регрессионных моделей на основе характеристических функций.

4. С помощью предложенного метода на примере анализа динамики торгов на российском фондовом рынке показано, что сверхвысокочастотная волатильность цен и частота торгов не являются заменяемыми показателями активности торгов и оказывают различное влияние на динамику цен активов.

**Апробация работы и публикации.** По вопросам применяемого модельного аппарата и его приложений к анализу российского финансо-

вого рынка автором опубликовано 11 работ; из них: 2 в журнале, рекомендованном ВАК для публикации материалов диссертаций, — «Вестник Новосибирского государственного университета. Серия: Социально-экономические науки», 9 в сборниках материалов и трудов всероссийских с международным участием научных и научно-практических конференций. Содержание и результаты работы обсуждались на двух методических семинарах в Институте экономики и организации промышленного производства СО РАН, а также были представлены на ряде научно-практических конференций.

### **Содержание диссертационного исследования**

Текст диссертации состоит из введения, основной части в трех главах, заключения, библиографического списка (161 наименование) и 11 приложений.

**Первая глава** представляет собой обзор литературы в области микроструктуры рынков. Выделяются основные понятия и вопросы теории и практики микроструктурного анализа реальных рынков. Особое внимание уделяется обзору эмпирических исследований, посвященных изучению взаимосвязей между компонентами динамики цены на зарубежных рынках и факторами, ее определяющими, для зарубежных рынков. Помимо результатов эмпирических исследований рассматриваются соответствующие теоретические построения, объясняющие и интерпретирующие наблюдаемые в реальных данных закономерности, что позволяет определить спектр возможных областей применения статистических моделей.

**Во второй главе** приводится обзор методологии проводимого исследования. Рассматриваются классические модели анализа временных рядов финансовых показателей с учетом их специфических свойств. В первой части главы обсуждаются основные свойства высокочастотных данных, которые необходимо учитывать при выборе спектра статистических моделей. Основное внимание уделено вопросу о характеристиках распределений стационарных изменений цен активов и о характере проявления последних при переходе к рассмотрению высокочастотных данных. Во второй части главы приводится обзор классического модельного аппарата описания независимой динамики стационарных временных рядов. Рассматриваются модели класса авторегрессии дробно интегрированного скользящего среднего с условно гетероскедастичными остатками. Отдельно указываются модификации данных моделей, применяемые в анализе финансовых показателей с учетом специфических веро-

ятностных свойств (в основном, асимметрия и эксцесс распределений). В третьей части главы описан новый подход финансовой эконометрики, применяемый в микроструктурном анализе, — модели авторегрессионной условной длительности, разработанные специально для анализа динамики частоты торгов на финансовых сделках. В четвертой части второй главы предлагается авторская модификация классического модельного аппарата для описания одновременной динамики цен и частоты торгов. Особое внимание уделяется распределению стохастической компоненты в модели динамики цены; предлагается использовать ранее не применявшееся в регрессионном анализе финансовых временных рядов модифицированное устойчивое распределение с облегченными хвостами из класса безгранично делимых распределений. Распределение обладает большой гибкостью в описании асимметрии и эксцесса случайных величин, легко стандартизируемо (что важно в моделировании условной волатильности цен) и допускает явную формализацию широко обсуждаемой в микроструктуре декомпозиции стохастической компоненты в сумму случайного блуждания и процесса экстремальных выбросов (скачкообразного процесса). С учетом аналитических свойств распределения предлагается использовать обобщенный метод моментов для оценки параметров модифицированной модели.

Результаты расчетов в соответствии с поставленными задачами приводятся в **третьей главе**. На первом этапе исследования показано, что внутрисуточную динамику торгов на российском рынке можно анализировать, как совокупность высокочастотных нерегулярных финансовых временных рядов. На втором этапе рассматриваемые выборки были исследованы методами классического аппарата анализа временных рядов с модификациями, учитывающими характер высокочастотных финансовых данных. Статистический анализ качества оценки параметризаций моделей выявил ряд недостатков в объясняющей силе классических моделей, с учетом которых была предложена структура модифицированных моделей. На третьем и четвертом этапе показано, что оценка ряда спецификаций предложенного типа модели обладает лучшей объясняющей силой и статистической значимостью, учитывая взаимосвязи между различными компонентами микроструктурных данных.

### **Информационная база исследования**

В работе рассматривается история фондовой секции Московской Межбанковской Валютной Биржи (ММВБ) за период с января 2007 по июнь 2009 года. За этот период в истории рынка можно выделить ряд

долгосрочных тенденций — стабильная динамика рынка, планомерный долгосрочный рост, кризисный спад — и более краткосрочные движения — корректировки роста, временное оживление в период кризиса. Рассматриваются следующие периоды:

1. Февраль 2007. Динамика рынка сбалансирована, логарифмическая доходность по индексу ММВБ за месяц составила -0.028 при коэффициенте вариации по дневным наблюдениям 148.000. Минимальными в периоде были изменения за 15 февраля 2007, которое выбрано первой датой для анализа внутрисуточных выборок.

2. Июль 2007. Стабильный рыночный рост. За период с 26.06 по 25.07.2007 логарифмическая доходность составила 0.0625 при коэффициенте вариации 168.070. Вторая дата внутрисуточных выборок — 12 июля 2007г., на которое приходится максимальный рост в течение одного дня за рассматриваемый период.

3. Ноябрь 2007. Корректировка рыночного роста, логарифмическая доходность составила -0.008 при коэффициенте вариации 171.590. Максимальное падение за данный период приходится на 21 ноября 2007 — третью дату рассматриваемых внутрисуточных выборок.

4. Август 2008. Кризисный спад на рынке, логарифмическая доходность за месяц составила -0.101, коэффициент вариации — 265.780. Четвертая дата исходных данных — день максимального падения рынка за данный период — 19 августа 2008.

5. Март 2009. Оживление на рынке в период кризиса, логарифмическая доходность за месяц составила 0.178 при коэффициенте вариации 232.030. Пятая дата внутрисуточных выборок — 10 марта 2009 — день максимального рыночного роста за март.

Источником исходных наблюдений являются реестры сделок в фондовой секции ММВБ за выбранные дни, рассматривается динамика 3 инструментов, торгуемых в данной секции — обыкновенные акции ОАО «Газпром», обыкновенные акции ОАО «Мобильные ТелеСистемы» и обыкновенные акции ОАО «Сбергательный Банк России».

Наиболее активно торгуемыми, как правило, из рассматриваемых инструментов являются акции ОАО «Газпром» — в день наибольшей активности на рынке (10 марта 2009 года) количество наблюдений с этими акциями превысило 47 000, а самая маленькая из 5 выборок с ними составляет около 12 300 наблюдений. Максимальное число наблюдений в выборках с акциями ОАО «Сбербанк РФ» составляет более 26 000 наблюдений (10 марта 2009), минимальное — около 4 800 (12 июля



2007). Акции ОАО «МТС» наименее активно торгуемы из рассматриваемых; максимальное число наблюдений в выборках составляет около 3 100 (10 марта 2009), минимальное — 1 180 (15 февраля 2007).

Таким образом, массив исходных данных состоит из 30 выборок (3 инструмента X 5 торговых дней X 2 элемента — цены, длительности) объемом от 1 180, до более 47 000 наблюдений.

### **Положения диссертационного исследования, выносимые на защиту**

*1. Традиционный модельный аппарат описания краткосрочной динамики финансовых временных рядов не позволяет получить эффективные оценки параметров моделей внутрисуточной сверхвысоко-частотной динамики цен активов и частоты торгов. Необъясняемую классическими моделями авто- и пространственную корреляцию в динамике цен активов и частоты торгов возможно параметризовать в рамках векторной структурной модели авторегрессионной динамики стационарных приращений цен, их волатильности и частоты торгов.*

**Стационарные приращения цен.** Описанные во второй главе модели динамики цены допускают нестационарность описываемых исходных процессов при возможности перехода к стационарным изменениям (разностям, темпам или т.п.). Сделки заключаются на рынке по ценам, «стыкующим» в каждый момент спрос и предложение на актив. Нормой в таком случае является ситуация, когда средний уровень цены изменяется во времени, поскольку находится под влиянием всех участвующих в торгах агентов и зависит от их предпочтений (готовности продать/купить актив по некоторой цене), которые в свою очередь зависят от множества разнородных и не всегда наблюдаемых факторов. Стационарная в среднем динамика цены, если и возможна, является скорее исключением из правил, даже в самые краткосрочные периоды. Для моделирования динамики цен на активы необходимо изучить особенности изменения ее среднего уровня во времени и выявить стационарные ценные изменения.

Для проверки стационарности исходных рядов динамики цен активов в данной работе параллельно применяются расширенный критерий Дики – Фуллера (Augmented Dickey – Fuller test, ADF) и критерий KPSS (Kwiatkowski, Phillips, Schmidt, Shin). Критерии отличаются формой оцениваемых уравнений и нулевой гипотезой — в критерии ADF нулевой гипотезой является предположение о наличии в динамике ряда единич-

ного корня, а в KPSS — о стационарности процесса. Для 14 из 15 выборок результаты проверки на стационарность аналогичны: по ADF критерию не удастся отвергнуть гипотезу о нестационарности с уровнем значимости выше 90%, и KPSS критерий отвергает гипотезу о стационарности на уровне значимости не менее 99%. Единственное исключение — динамика цен на акции ОАО «МТС» за 21 ноября 2007г., нестационарность которой отвергается ADF критерием на уровне значимости не менее 94%, но KPSS критерий отвергает гипотезу о стационарности на уровне не менее 99%. Таким образом, все выбранные ряды динамики цен активов можно считать нестационарными в среднем.

Для перехода к стационарным рядам решено использовать популярное в финансовой математике и эконометрике преобразование — переход к логарифмическим доходностям сделок. Полученные выборки логарифмических доходностей проверяются на стационарность аналогично проверке динамики цен — по ADF и KPSS критериям в двух формах. Гипотеза о нестационарности всех 15 выборок логарифмических доходностей отвергается ADF критерием на уровне значимости не менее 99.99%, а гипотезу о стационарности всех выборок не удастся отвергнуть KPSS критерием на уровне значимости не менее 90%. Таким образом, все рассматриваемые ряды логарифмических доходностей можно считать реализациями стационарных в среднем процессов.

**Автокорреляция в динамике цен.** Выбор формы авторегрессионной модели условного среднего стационарных изменений цены зависит от статистических свойств выборок. Мотивацией для построения моделей класса авторегрессии интегрированного скользящего среднего является автокорреляция рассматриваемых стационарных рядов. Для всех рядов логарифмических доходностей характерна существенная автокорреляция как минимум на первых лагах, а в некоторых случаях наблюдаются характерные для периодических колебаний медленно затухающие повторяющиеся всплески корреляции на больших лагах. Такой вид автокорреляционных функций соответствует методологии построения моделей класса *ARMA*.

**Распределение стохастической компоненты модели цены.** Важным при моделировании динамики финансовых временных рядов является выбор отвечающей эмпирическим свойствам рядов формы распределения стохастической компоненты динамики ряда, которая выбирается на основе внешнего вида эмпирической плотности распределения вероятностей исходного ряда и значений некоторых его базовых стати-

стик (коэффициент асимметрии, коэффициент эксцесса). Эмпирические плотности всех рядов логарифмических доходностей проявляют характерные для финансовых временных рядов свойства — лептокуртозис (вершина эмпирических плотностей выше соответствующей нормальной плотности), толстые хвосты и асимметрию. Эти свойства являются обоснованием применения в качестве распределения стохастических компонент динамики стационарных ценовых изменений распределений Стьюдента, GED и пр., описанных во второй главе.

**Стандартные модели частоты торгов.** Последовательности промежутков времени между сделками являются специфическими временными рядами. Теория стационарности временных рядов не относится к такому типу данных, и для построения моделей авторегрессионной условной длительности не требуются преобразования исходных рядов. Основной мотивацией для построения моделей класса *ACD* является существенная автокорреляция длительностей и соответствие их эмпирических распределений форме распределений класса экстремальных значений или т.п. Для всех проанализированных рядов длительностей характерна значительная и медленно убывающая с ростом лага выборочная автокорреляция, что говорит о возможности построения для этих рядов моделей класса *ACD*. Эмпирические функции распределения вероятности для выборок длительностей между сделками существенно отличаются от соответствующих выборкам плотностей экспоненциального распределения, однако общая форма плотности соблюдается — высокая вершина близка к нулю по оси абсцисс, вероятность хвоста убывает, как некоторая показательная функция. Таким образом, разумно представить стохастические компоненты моделей *ACD*, как величины типа экстремальных значений.

**Построение и анализ модели цены.** Выбор и оценка наиболее подходящих для описания динамики цен моделей проводилась следующим образом.

I. Необходимо сформулировать наиболее общие взаимоисключающие формы моделей, подходящих для описания динамики цен активов и соответствующие выявленным статистическим свойствам рядов. Предполагается перебор различных сочетаний моделей условного среднего цены, условной дисперсии и распределений стохастической компоненты.

Наиболее общей из моделей условного среднего, описанных во второй главе, является модель авторегрессии дробно-интегрированного

скользящего среднего (*ARFIMA*). Применение этой модели для описанных процессов цен (исходных наблюдений) и процессов логарифмических доходностей не является необходимым, т.к. по результатам проверки стационарности этих рядов для приведения цены к стационарности необходим высокий порядок разностей (не менее 2), а логарифмические доходности являются стационарными в среднем. Предлагается использование модели *ARFIMA* в качестве обобщения модели *ARMA* для стационарных логарифмических доходностей.

В уравнениях условной дисперсии возможно несколько вариантов. На этапе оценки простых моделей предлагается отказаться от усложнений процессов волатильности стохастической компонентой и ограничиться авторегрессионной и экспоненциальной авторегрессионной условной гетероскедастичностью — моделями *FIGARCH* и *EGARCH*.

В качестве наиболее общих моделей стохастической компоненты уравнений цены используются скошенное распределение Стьюдента (*skew-t*) и обобщенное распределение ошибок (*GED*). В первом варианте рассматривается вложенный вариант симметричного распределения Стьюдента, статистическая значимость которого проверяется с помощью гипотезы  $H_0 = \{s = 0\}$ , где  $s$  — параметр скошенности. В случае *GED* распределения вложенными являются варианты нормального распределения и распределения Лапласа. Скошенное распределение Лапласа не рассматривается в виду избыточной толщины хвостов.

Таким образом, для каждой выборки тестируются модели из классов 4 взаимоисключающих альтернатив:

1. *ARFIMA-FIGARCH-skew-t*.
2. *ARFIMA-FIGARCH-GED*.
3. *ARFIMA-EGARCH-skew-t*.
4. *ARFIMA-EGARCH-GED*.

II. Оценка альтернативных спецификаций производится методом максимального правдоподобия. По результатам оценки всех 4 форм моделей различного порядка отбрасываются те спецификации, в оценках которых наблюдаются следующие нарушения:

1. Статистическая незначимость отдельных коэффициентов уравнений. Применяется z-критерий с уровнем значимости не менее 95% (незначимыми признаются факторы, z-значимость которых превышает 0.05).

2. Нарушение гипотез о нулевом математическом ожидании и гомоскедастичности стохастической компоненты. Применяется критерий хи-квадрат с 95% уровнем значимости.
3. Излишнее обобщение формы. Спецификации, в которых обобщающие гипотезы не проходят проверку значимости, заменяются их упрощающими спецификациями (например, скошенное  $t$ -распределение — симметричным, при невозможности отвергнуть гипотезу  $H_0 = \{s = 0\}$  на высоком уровне значимости).

Применяется критерий множителей Лагранжа проверки ограничений на параметры с 95% уровнем значимости.

III. Из альтернативных спецификаций окончательный выбор наиболее соответствующий описываемому ряду осуществляется на основе информационных критериев. Выбирается вариант модели, которому соответствует наименьшее значение статистики информационного критерия Акаике (AIC).

Для 13 из 15 выборок наилучшими спецификациями модели условного среднего являются наиболее общие модели *ARFIMA*, с различными значениями порядка разности  $\delta_1$ . В ряде случаев оценка этого параметра близка к 1, но гипотеза  $\{\delta_1 = 1\}$  отвергается, что говорит в пользу спецификации *ARFIMA* против *ARIMA*. Исключения — динамика цен на акции ОАО «МТС» за 19 августа 2008 г., для которой наилучшей спецификацией признана модель AR(2) логарифмической доходности, что соответствует модели *ARIMA*(2;1;0) в логарифме цены (с фиксированным значением порядка разности 1) и динамика цен на акции ОАО «Сбербанк РФ» за 10 марта 2009 года — модель *ARMA*(3;2) логарифмической доходности.

Для тех моделей, в которых оценка параметра разности  $\delta_1$  превышает 1 (5 выборок), ее значение не превышает 1.5, что дополнительно подтверждает стационарность логарифмической доходности и правомерность использования подхода *ARIMA* для рассматриваемых данных. Для остальных 8 из 15 выборок оценка параметра  $\delta_1$  не превышает по абсолютному значению 0.5, что говорит о возможной стационарности исходного процесса логарифмической цены. Однако выделить некую закономерность, от чего зависит порядок интегрированности процесса логарифмической цены, не представляется возможным.

Порядок моделей является невысоким, но часто оказывается выше, чем считающиеся нормой при анализе агрегированных данных порядка 2-3. Порядок модели условного среднего при этом тем выше, чем более высокочастотны торги с анализируемым инструментом (т.е. чем больше наблюдений в выборке). Также, чем выше частоты торгов с инструментом, тем больше остаточная автокорреляция, списываемая на стохастическую компоненту. Эти закономерности хорошо вписываются в методологию *ARMA*-моделирования, если учесть высокочастотный и нерегулярный характер данных — чем больше сделок с инструментом заключено в течение торгового дня, тем меньший период времени в среднем приходится на одно наблюдение, и для учета прошлой информации в текущей цене задействована более долгая память, выраженная в более высоких порядках модели условного среднего.

Наилучшими спецификациями моделей условной дисперсии признаны только модели *FIGARCH* и частные случаи — *GARCH* (при незначимости параметра разности  $\delta_2$ ) и *ARCH* (при совместной незначимости в *GARCH* параметров  $\beta_k$ ). Значимые по всем критериям согласия спецификации *EGARCH* отброшены согласно значениям статистик информационного критерия. Порядок моделей варьируется для выборок, и в отличие от спецификаций моделей условного среднего не наблюдается взаимосвязи с порядком моделей условной дисперсии и частотой торгов.

Оценки характеризующего «долготу» памяти модели волатильности параметра  $\delta_2$  (степень интегрированности процесса условной дисперсии) статистически значимы в 12 из 15 случаев, и для этих моделей значения оценок по модулю не превышают 0.5, что говорит об отсутствии в процессах эффекта долгой памяти волатильности. Таким образом, изменение волатильности ценовых изменений в некоторый момент времени имеет краткосрочный эффект для всех рассматриваемых активов, и распределение его во времени зависит от порядка модели. Наиболее короткая память волатильности наблюдается в динамике цен на акции ОАО «Газпром» за 21 ноября 2007 года и в динамике цен на акции ОАО «МТС» за 18 августа 2008 года, текущая волатильность определяется только двумя последними сделками (порядок *ARCH* равен 2, порядок *GARCH* — 0) и не интегрирована во времени ( $\delta_2=0$ ).

Согласно информационному критерию, значимые спецификации с распределением стохастической компоненты *GED* систематически были

отвергнуты в пользу моделей с распределением  $t$ -Стьюдента. Оценка количества степеней свободы у распределений стохастических компонент колеблется для разных выборок от 2, до 5.5 в 14 из 15 моделей и составляет 182 в модели динамики цен на акции ОАО «Сбербанк РФ» за 10 марта 2009 года, что говорит о толстых хвостах распределений остатков.

В ряде случаев асимметрия распределения признана излишним обобщением, и лучшими спецификациями являются модели с обычным распределением Стьюдента.

Сравнение эмпирических оценок плотностей остатков в модели с теоретическими плотностями в точках оценок параметров показывает недостаточную гибкость скошенного распределения Стьюдента в описании свойств остатков. Для эмпирической плотности остатков характерна более острая вершина и асимметрия, даже когда теоретическая форма распределения стохастической компоненты наилучшей оценки является симметричной.

**Построение модели частоты торгов.** Для построения независимых авторегрессионных моделей дюрации (промежутков времени между сделками) использован предложенный во второй главе пошаговый алгоритм перехода от более общих спецификаций моделей к частным случаям на основе статистических критериев, аналогичный схеме, применяемой для моделей цены и волатильности.

I. Методом максимального правдоподобия оценивается наиболее общая из описанных спецификаций — расширенная модель авторегрессионной условной длительности  $AACD$  (2.52) с остатками, следующим образом распределению гамма – обратное Бурра.

II. Для проверки статистической значимости частных случаев модели применяются статистический критерий множителей Лагранжа для проверки соответствующих ограничений на параметры спецификации условной длительности и ограничения на параметры распределения гамма – обратное Бурра стохастической длительности.

III. В качестве окончательной оценки берется спецификация, которую не удалось свести к более простому частному случаю при проверке ограничений на втором этапе и все оценки параметров в которой значимы. В случае конкурирующих спецификаций, не являющихся обобщением и частным случаем друг друга, наилучшая выбирается в соответствии с наименьшим значением информационной статистики Акаике.

Для 6 из 15 выборок статистически были последовательно отвергнуты все сложные варианты спецификаций модели условной длительности и наилучшим вариантом признана наиболее простая авторегрессионная условная длительность  $ACD$  порядка (2;1). Еще для 4 выборок наилучшей оказалась степенная спецификация  $PACD$  стандартного порядка (1;1), при этом оценка показателя степени  $\lambda_1$  колеблется в диапазоне от 1.23 до 1.53. Таким образом, при учете низкого авторегрессионного порядка моделей, для 10 из 15 выборок в динамике длительности наблюдается краткосрочная память с быстро затухающим (при большем значении степени), но симметричным эффектом.

Асимметрия реакции на шоки характерна только для 4 выборок, и для двух из них ее эффект частично компенсируется относительно высоким показателем степени  $\lambda_1$  (1.8 и 2) в модели  $AACD$ . Для двух других несимметричных моделей  $AsACD$  оценки параметров  $b$  и  $c$ , отвечающих за асимметрию, статистически отличаются от нуля, но не велики в целом.

Таким образом, наиболее общая спецификация  $AACD$  является наилучшей для 2 выборок, никак не связанных между собой (динамика цен на акции ОАО «Сбербанк РФ» за 15 июля 2007 года и на акции ОАО «МТС» за 10 марта 2009 года). Наиболее эффективной в описании авторегрессионной компоненты длительности является степенная модель  $ACD$  с показателем степени от 1 (частный случай — модель  $ACD$ ), до приблизительно 1.5. При этом больший показатель степени и соответствующий менее сильный регрессионный эффект соответствует менее высокочастотным данным (акции ОАО «МТС» образуют меньшие выборки), а более высокочастотным торгам соответствуют модели с более долгой (в терминах количества наблюдений) памятью и сильным ее эффектом (при показателе степени 1).

Наиболее общее распределение гамма – обратное Бурра не оказалось подходящим для описания динамики стохастической длительности ни для одной из выборок. В 2 из 15 случаях статистически оправдано использование обратного распределения Бурра, в совпадении с наиболее общей параметризацией условной длительности  $AACD$ . В остальных 13 случаях наилучшим оказалось распределение гамма – Вейбулла и его частный случай — распределение Вейбулла. При этом оценка параметра  $\lambda$ , отвечающего за гамма-составляющую распределения, варьируется от 1 (что соответствует обычному распределению Вейбулла) до значений



более 10 000. Большие значения этого параметра означают более толстый хвост плотности распределения и высокую вероятность экстремальных выбросов в динамике длительности, т.е. более длительных непредсказуемых промежутков времени между сделками, и поэтому распределение гамма – Вейбулла с высоким значением  $\lambda$  более характерно для менее высокочастотных данных и является лучшим для 4 из 5 выборок по акциям ОАО «МТС», которые всегда являются относительно менее торгуемыми и формируют последовательности менее высокочастотных данных. Соответственно, для 4 из 5 выборок по акциям ОАО «Газпром» — всегда наиболее активно торгуемому инструменту из рассматриваемых — наилучшим признано распределение Вейбулла, как и для 3 из 5 выборок по акциям ОАО «Сбербанк РФ». Графики эмпирических автокорреляционных функций расчетных значений остатков показывают, что выбранные модели хорошо улавливают автокорреляцию процессов длительностей на рынке и остаточный процесс можно считать стохастической длительностью.

**Качество моделей и мотивация к модификации.** Оценки корреляции между стационарными изменениями цен (логарифмическими доходностями) и длительностями между сделками с рассматриваемыми инструментами статистически незначимы в 11 из 15 случаев, а в оставшихся 4 случаях их значения по модулю не превышают 0.05. Логичным на данном этапе кажется вывод о несущественности или вообще отсутствии взаимосвязи между динамикой цен активов и частотой торгов с ними, однако в работе показано, что он являлся бы не верным.

Например, в моделировании финансовых временных рядов уже традиционным считается предположение о взаимосвязи условного среднего («ожидаемого») уровня стационарных изменений цен и его условной волатильности (что соответствует методологии *ARCH-M*). При этом процессы, взаимосвязь которых специфицируется, оценивается и подтверждается статистически, являются латентными в динамике исходных данных о ценах.

Аналогично, в данной работе динамика двух исходных процессов — приведенного к стационарности логарифма цены и длительностей между сделками — была разделена на 5 процессов — условное среднее и условную дисперсию стационарных ценовых изменений, условную длительность и стохастические составляющие процессов изменения цены и длительности.

Если принять гипотезу, что статистически более значимой и соответствующей рациональным предположениям о микроструктурной динамике рынка является модель, в которой система взаимосвязей между регрессорами, образующими общую историю процесса, не вырождена, то в исходной модели, к которой относятся все простые модели, оцененные на втором этапе, будет наблюдаться корреляция оценок рядов условных средних и стохастических компонент. Оценки корреляционных матриц 5 рядов, составляющих динамику процессов стационарных изменений цен и длительностей, согласно построенным простым моделям для всех 15 выборок были построены. Каждую такую матрицу удобно условно разделять на три блока — корреляция рядов, относящихся к модели цены (условное среднее, условная дисперсия и стохастическая компонента в стационарной динамике изменений цен), корреляция рядов, относящихся к модели длительности (условная и стохастическая длительность), и корреляция между моделями. Коэффициенты в первых двух блоках говорят в большей степени о качестве построенных простых моделей и необходимости изменения спецификации путем включения новых регрессоров, но не указывают каких. В первом блоке значимы следующие корреляции:

**[R1.1.]** В 12 из 15 случаев значимой является корреляция между остатками и условным средним в моделях цены, что говорит о неверной спецификации модели и о плохом качестве оценок параметров. Учитывая, что на эту корреляцию не удалось специфицировать более высоким порядком моделей *ARFIMA*, следует считать, что у стационарных ценовых изменений есть определяющие динамику факторы, не учтенные в модели. Также эта корреляция показывает, что нельзя считать остатки в этих моделях реализацией строго случайного процесса, и частично объясняет остаточную автокорреляцию в моделях цены.

**[R1.2.]** В 9 из 15 случаев значима корреляция между условной дисперсией и условным средним в модели цены, это свидетельствует о том, что при построении общей модели необходимо учитывать взаимосвязи класса *ARCH-M*. Поэтому условная волатильность может относиться к неучтенным факторам динамики условного среднего и стохастической компоненты в модели цены.

**[R1.3.]** В 4 из 15 случаев (при этом 3 из них приходится на выборки за 21 ноября 2007 года) значима корреляция между условной дисперсией и стохастической компонентой в модели цены, что является индикатором неверной спецификации модели условной дисперсии. Аналогично

случаю корреляции условного среднего и остатков в модели цены, это, вероятно, свидетельствует о наличии общих неучтенных факторов в динамике волатильности и условного среднего.

**[R2.1.]** Второй блок включает только один коэффициент. В 11 из 15 случаях значима корреляция между условной и стохастической длительностью, что показывает неверную спецификацию моделей длительностей, аналогично корреляции между условным средним и остатками в модели цены.

Третий блок показывает взаимосвязи между данными разного типа и является источником мотивации для построения общей модели и информации о ее возможной структуре:

**[R3.1.]** В 5 случаях из 15 значима корреляция между стохастической длительностью и условным средним в модели цены.

**[R3.2.]** При этом значимая корреляция между условной длительностью и условным средним в модели цены отсутствует во всех моделях.

**[R3.3.]** В 11 из 15 случаях остатки в модели цены значимо коррелируют со стохастической длительностью.

**[R3.4.]** Для 3 выборок значима корреляция между остатками в модели цены и условной длительностью.

**[R3.5.]** Для 10 из 15 выборок наблюдается значимая корреляция между условной дисперсией в модели цены и стохастической длительностью.

**[R3.6.]** В 12 случаях волатильность также коррелирует и с условной длительностью.

**Структура модифицированной модели.** Информацию об этих зависимостях было решено использовать при построении и анализе одновременной модели в двух направлениях. Во-первых, в качестве одного из пунктов в контроле качества спецификации любой модели — стохастические компоненты модели должны статистически соответствовать гипотезам о строгой стационарности и не коррелировать с условным средним в своем уравнении, т.е. необходимо устранить корреляции [R1.1] и [R2.1]. Во-вторых, необходимо учесть взаимосвязи условных средних между собой и их взаимосвязи со стохастическими компонентами других уравнений. Поскольку стохастические компоненты считаются строго стационарными, то их необходимо включить в набор регрессоров в другие уравнения (остатки в модели цены уже присутствуют в *ARCH* компоненте модели условной дисперсии), что соответствует корреляциям [R1.2], [R3.2], [R3.4], [R3.5]. Включение лагов условных

компонент в набор регрессоров друг друга соответствует корреляциям [R1.2] и [R3.6]. При этом разумно предполагать, что конечным показателем, накапливающим в себе всю информацию о динамике рынка, является изменение цен на активы, и таким образом, следует включать лаги волатильности и условной длительности в уравнение цены, но не наоборот; это также соответствует тому, что динамика изменений цен и длительности связаны в большей степени через волатильность и стохастические компоненты (корреляции [R1.2], [R3.4], [R3.5]), а не через условные длительности и условные средние ценовых изменений напрямую (отсутствующая корреляция [R3.2]).

Корреляции [R1.1] — [R3.6] показывают наличие взаимосвязей между компонентами процессов динамики цен и длительностей, но не дают ответа об их направлении. На основе результатов оценки независимых моделей для цен и доходностей и корреляций для каждой из 15 выборок сформулированы альтернативные параметризации моделей. Порядок авторегрессионных составляющих процессов выбирается не меньшим, чем в независимых моделях.

*2. Для учета свойств эмпирических распределений стационарных ценовых приращений, наиболее сильно проявляющихся в сверхвысокочастотной динамике, целесообразно использовать безгранично-делимое модифицированное альфа-устойчивое с облегченными хвостами распределение в качестве закона распределения стохастической компоненты процесса стационарных приращений цен; для эффективной оценки параметров моделей может быть использован обобщенный метод моментов на основе регрессии характеристических функций.*

Для решения проблемы с недостатком гибкости распределений, применяемых в анализе финансовых временных рядов, в описании вероятностных характеристик высокочастотных данных, было предложено использовать в качестве распределения стандартизированной стохастической компоненты в модели цены безгранично делимое распределение — модифицированное устойчивое распределение с облегченными хвостами (Modified Tempered Stable, MTS). Основными преимуществами этого распределения являются его гибкость в описании характерных для финансовых данных асимметрии и высокого эксцесса эмпирических распределений доходностей и его отношение к классу безгранично делимых, что позволяет явно представить стохастическую компоненту в процессе цены в виде композиции диффузионной (нормально распреде-

ленной) составляющей и чисто скачкообразного процесса, объясняющего характерные для финансовых данных свойства асимметрии и толстых хвостов. Это представление особенно важно для анализа краткосрочных рисков, связанных с изменением цен на активы, в портфельном анализе и ценообразовании производных финансовых активов. Ранее это распределение в регрессионном анализе не применялось.

Основным недостатком MTS распределения является отсутствие у него аналитической формы функций распределения и плотности вероятностей. В связи с этим в работе предложено использовать для оценки параметров регрессионных моделей обобщенный метод моментов, основанный на характеристических функциях. Сформулирован алгоритм вычисления эффективных оценок параметров моделей и проверки статистической значимости отдельных регрессоров и спецификации в целом.

Количество точек при расчете эмпирических характеристических функций для применения обобщенного метода моментов выбирается таким образом, чтобы при снижении порядка моделей или другом изменении количества параметров количество степеней свободы  $J$ -статистики не менялось. Во всех моделях оно составляет 10 – 11, и количество точек  $Q$  поэтому тем больше, чем больше количество параметров в модели. Спецификация считается значимой, если нулевую гипотезу  $J$ -критерия не удастся отвергнуть с вероятностью не менее 0.9.

По результатам оценки наиболее общих вариантов параметризаций порядок моделей корректируется на основе  $z$ -критерия значимости отдельных параметров. В случае, если для выборки находится две конкурирующие спецификации, задающие различные структуры взаимосвязей процессов цены, волатильности и длительности, то наилучшей считается та, для которой значение  $J$ -статистики меньше.

Полученные оценки спецификаций значимы в целом по  $J$ -критерию, при этом достигнутый уровень значимости (максимальная вероятность отвергнуть нулевую гипотезу о верной идентификации модели) составляет 0.4. Для всех выборок отдельные параметры значимы не менее, чем на 99% уровне значимости по  $z$ -критерию.

Поскольку система уравнений для получения оценки обобщенным методом моментов составлена на основе характеристических функций, то значимость по  $J$ -критерию показывает не только значимость спецификации формы регрессионных уравнений, но и спецификацию законов

распределения стохастических компонент в уравнениях цены и длительности.

Для всех выборок корреляции между остатками в моделях цены и длительности не являются статистически значимыми, и также улучшилось по сравнению с независимыми моделями объяснение автокорреляции доходностей и длительностей. Корреляция остатков и условных средних в моделях также не значима. Таким образом, остатки в моделях можно считать реализацией чисто случайных процессов, а оценки параметров моделей — эффективными.

Качество оценок  $MTS$  распределения в общих моделях существенно отличается в лучшую сторону от оценок скошенного  $t$ -распределения Стьюдента в независимых моделях.

Для моделей по всем выборкам характерен положительный эксцесс распределения остатков в модели цены и асимметрия, направление которой варьируется не существенно, 13 из 15 моделей показывают отрицательную асимметрию распределения остатков ( $\lambda_- > \lambda_+$ ).

Одной из важных характеристик  $MTS$  распределения является его безграничная делимость и, следовательно, возможность представления динамики стохастической компоненты в процессе цены в виде суммы диффузионной составляющей и скачкообразного процесса. Несмотря на то, что математическое ожидание стохастической компоненты в модели цены удовлетворяет гипотезе об остатках в регрессионной модели и равно нулю, средний размер скачка отличается от нуля в сторону большего из параметров асимметрии  $\lambda_{\pm}$ .

Оценки параметра  $a$  толщины хвостов  $MTS$  распределения удобно представимы в виде  $a^{-1}$  (поскольку для стандартизированного  $MTS$  важно ограничение конечности дисперсии распределения при  $1 \leq a \leq 0$ ). Чем больше значение оценки параметра  $a^{-1}$ , тем толще хвосты распределения, но ниже вершина. Поэтому большие значения оценки  $a^{-1}$  в сочетании с большими значениями  $\lambda_{\pm}$  означают толстохвостые распределения с высокими вершинами, т.е. высокую вероятность скачков при малой дисперсии диффузионной части распределения.

**3. Предложенный метод параметризации пространственно-временно взаимосвязи сверхвысокочастотной динамики цен активов**

и частоты торгов на примере анализа торгов на российском фондовом рынке показывает, что:

**3.1.** Сверхвысокочастотная динамика цен активов и частоты торгов взаимосвязаны.

**3.2.** Структура и направление взаимосвязей между динамикой цены, волатильностью и частотой торгов варьируется для разных активов и внешних условий (рыночной тенденции)

**3.3.** Предложенный модельный аппарат применим в различных условиях функционирования рынка.

Построенные параметризации связанных моделей динамики цены на инструменты и частоты торгов по результатам оценки являются статистически более значимыми и имеют большую описательную силу стохастических компонент микроструктурных процессов, чем классические независимые авторегрессионные модели. При этом для каждой из 15 рассматриваемых выборок удалось найти статистически значимую спецификацию взаимосвязи различных компонент микроструктурных процессов.

В полученных оценках можно выделить следующие устойчивые характеристики структуры взаимосвязей компонент процессов торгов.

1. Динамика цены является «конечным пунктом» в структуре взаимосвязей — для всех 15 выборок условное среднее стационарных изменений цены не является регрессором условной дисперсии или условно длительности.

2. Динамика волатильности и длительности взаимосвязана, при этом статистически более значимы модели, в которых длительность является регрессором условной дисперсии. В 6 из 15 случаев влияние длительности на дисперсию не однозначно — коэффициенты при лагах условной и стохастической длительности в уравнении условной дисперсии имеют разные знаки. При этом чаще ожидаемое уменьшение частоты торгов (увеличение условной длительности между сделками) приводит к снижению условной дисперсии стационарных изменений цен, а непредсказуемое уменьшение частоты торгов (возникновение случайного скачка длительности) — к увеличению волатильности.

Динамика длительности (условной и стохастической) и условной дисперсии напрямую влияют на средний уровень стационарных изменений цен, но при этом никогда одновременно длительность и волатильность не являются значимыми регрессорами динамики цены. В 10 из 15 случаев статистически более значима связь типа *GARCH-M* — лаги ус-

ловной волатильности определяют динамику среднего уровня цены, однако закономерности в направлении этой связи не найдено. Еще в 2 случаях показано, что стохастическая длительность отрицательно влияет на условное среднее стационарных изменений цены, и в одном случае значимым регрессором в уравнении цены является исходный показатель длительности, и показано, что увеличение частоты торгов отрицательно сказывается на динамике цены (более низким значениям длительности между сделками соответствует низкая доходность).

3. Динамика частоты торгов чаще является независимой от динамики цены и волатильности, хотя и определяет последние. Только для одной выборки значимым регрессором условной длительности является лаг стохастической компоненты уравнения цены, и рост доходности сделок ведет к снижению ожидаемой частоты торгов.

### **Публикации по теме исследования**

#### **Публикации в изданиях, рекомендованных ВАК:**

1. **В.Н. Пырлик.** *Модели длительности в анализе сверхвысокочастотных финансовых временных рядов* // Вестник НГУ. Серия: Социально-экономические науки, № 4, 2007 (стр. 122 — 138).
2. М.М. Морозова, **В.Н. Пырлик.** *Устойчивое распределение и его модификации и ценообразование производных финансовых активов* // Вестник НГУ. Серия: Социально-экономические науки, №1, 2009 (стр. 97 — 113).

#### **Материалы и труды конференций:**

3. **В.Н. Пырлик.** *Моделирование длительности до момента прекращения в статистическом анализе фондовых рынков на низком уровне* // Материалы XLII международной студенческой конференции “Студент и научно-технический прогресс”. — Новосибирск, 2004 (стр. 76 — 78).
4. **В.Н. Пырлик.** *Случайности и закономерности ежедневной динамики первичных показателей зарубежных и российских фондовых рынков* // Материалы XLII международной студенческой конференции “Студент и научно-технический прогресс”. — Новосибирск, 2004 (стр. 78 — 80).
5. **В.Н. Пырлик.** *Применение моделей авторегрессионной условной длительности в анализе микроструктуры российского фондового рынка* // Материалы конференции студентов и аспирантов (с международным участием) “Экономика и бизнес: позиция молодых ученых”. — Барнаул, 2007 (стр. 422 — 426).



6. М.М. Морозова, **В.Н. Пырлик**. *Анализ моделей ценообразования производных финансовых инструментов с учетом характеристик эффективной работы финансовых рынков* // Материалы конференции студентов и аспирантов (с международным участием) “Экономика и бизнес: позиция молодых ученых”. — Барнаул, 2008.
7. М.М. Морозова, **В.Н. Пырлик**. *Полнота и арбитражные возможности на российском финансовом рынке: подход к выявлению в рамках стохастической модели ценообразования производных инструментов* // Материалы XLVI международной студенческой конференции “Студент и научно-технический прогресс”. — Новосибирск, 2008 (стр. 263 — 265).
8. М.М. Морозова, **В.Н. Пырлик**. *Полнота и арбитражные возможности на российском финансовом рынке: подход к выявлению в рамках стохастической модели ценообразования производных инструментов* // Труды XLVI международной студенческой конференции “Студент и научно-технический прогресс”. — Новосибирск, 2008.
9. М.М. Морозова, **В.Н. Пырлик**. *Проверка свойства полноты российского фондового и валютного рынков* // Сборник научных трудов молодых ученых “Социально-экономическое развитие России: идеи молодых ученых”. — Новосибирск, 2008.
10. **В.Н. Пырлик**. *Построение модели одновременной микроструктурной динамики цен активов и частоты торгов на российском фондовом рынке* // Сборник научных трудов молодых ученых “Социально-экономическое развитие России: идеи молодых ученых”. — Новосибирск, 2009.
11. **В.Н. Пырлик**. *Построение модели одновременной микроструктурной динамики цен активов и частоты торгов на российском фондовом рынке* // Материалы Первого Российского Экономического Конгресса, Новая Экономическая Ассоциация — М., 2009.